OpenFOAM(R)ソースコード入門 pt.1
熱伝導方程式の解法から
有限体積法の実装について考える
前編：有限体積法の基礎確認

2016/7/23　オープンCAE勉強会＠富山

富山県立大学　中川慎二

注意

- OpenFOAMユーザーガイド，プログラマーズガイド，OpenFOAM Wiki，CFD Online，その他多くの情報を参考にしています。開発者，情報発信者の皆様に深い謝意を表します。
- この講習内容は，講師の個人的な経験（主に，卒研生等とのコードリーディング）から得た知識を共有するものです。この内容の正確性を保証することはできません。この情報を使用したことによって問題が生じた場合，その責任は負いかねますので，予めご了承ください。

概要

- OpenFOAM の利用者を対象とし，OpenFOAMのソースコードの読み方の基本を学びます。
- OpenFOAMの中で最も基本的なソルバの1つ”laplacianFoam”（熱伝導方程式を解くソルバ）を例にとります。
- 実際にOpenFOAMのソースコードを見ながら，OpenFOAMのソースコードの特徴，ソースコード解読初心者が躓きやすい点などについても，解説します。

概要

- 偏微分方程式 → 有限体積法で離散化 → セル間距離や物性値などで定まる係数列（a_E, a_W, a_P など）から行列式 → 解
- OpenFOAMでは，この部分がソルバ・レベルでは，巧妙に隠蔽されている。（知らなくても使える）
- OpenFOAMで作られる行列式は，どんなもの？どうやって作られる？Schemeを実行時に選べるのはどういう仕組みか？　を調べる

前編では…

- 1次元熱伝導方程式を有限体積法によって離散化し，行列を作成する.
- この行列を手作業で解き，温度分布が求められることを確認する.
- この過程で必要な式変形などを確認する.

*

後編では…

- 熱伝導方程式を解くソルバ “laplacianFoam” のソースコードを見ながら，上記手作業で出てきた式が，どのように実装されている（コーディングされている）かを読み解く.
- 与えた偏微分方程式から行列が作られる過程を確認する.
- しかし，行列の解法には踏み込まない.

目次

- OpenFOAMソースコードの構造
  - ディレクトリ構造
  - ソースコードの調べ方
- laplacianFoamの解読：式の確認
- laplacianFoamの解読：ソースコード
- その他

シミュレーションの流れ

- 偏微分方程式

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \mathrm{div}(\Gamma\ \mathrm{grad}T) + S_T$$

↓ 有限体積法

- 離散方程式

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + S_u$$

↓ 係数列の計算

- 行列

$$[A][T]=[b]$$

↓ 行列の解法

- 解

基礎式：非定常、生成なし

偏微分方程式

非定常熱伝導方程式（拡散方程式）

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \mathrm{div}(\Gamma\, \mathrm{grad} T) + S_T$$
$$= \nabla \cdot (\Gamma \nabla T) + S_T$$

$\Gamma = {}^{\kappa}/_{\rho\, c_p}$ [m^2/s]　温度拡散率

熱伝導率 $\kappa[W/(m\,K)]$,

比熱 c_p $[J/(kg\,K)]$, 密度 $\rho[kg/m^3]$

S_T　生成項 ←今回は０とする。

有限体積法

検査体積(Control Volume)に渡って積分

（生成項は省略）

$$\int_{\mathrm{CV}} \frac{\partial T}{\partial t} dV - \int_{CV} \mathrm{div}(\Gamma\, \mathrm{grad} T) dV = 0$$

Gaussの発散定理

$$\int_{CV} \frac{\partial T}{\partial t} dV - \int_{S} (\Gamma\, \mathrm{grad} T) \cdot \boldsymbol{n} dS = 0$$

離散化：非定常項

例として，Euler implicit 法で考える。

（fvSchemesディクショナリで設定する。→Run-Time Selection）

$$\int_V \frac{\partial T}{\partial t} dV = \frac{\partial}{\partial t}\int_V T dV$$

$$= \frac{(T_P V_P)^{new} - (T_P V_P)^{old}}{\Delta t}$$

$$= \frac{(V_P)^{new}}{\Delta t} T_P - \frac{(T_P V_P)^{old}}{\Delta t}$$

Vp: 点Pを含むCVの体積

生成項に追加（現時刻での温度とは無関係）

T_P の係数に追加（Spとして）

離散化：非定常項

例として，Euler implicit 法で考える。

（fvSchemesディクショナリで設定する。→Run-Time Selection）

$$\int_V \frac{\partial T}{\partial t} dV = \frac{\partial}{\partial t}\int_V T dV$$

$$= \frac{(T_P V_P)^{new} - (T_P V_P)^{old}}{\Delta t}$$

$$= \frac{(V_P)^{new}}{\Delta t} T_P - \frac{(T_P V_P)^{old}}{\Delta t}$$

生成項に追加
（現時刻での温度とは無関係）

T_Pの係数に追加
（Spとして）

離散化：拡散項

1次元とし，点P について考える．

ベクトルの内積

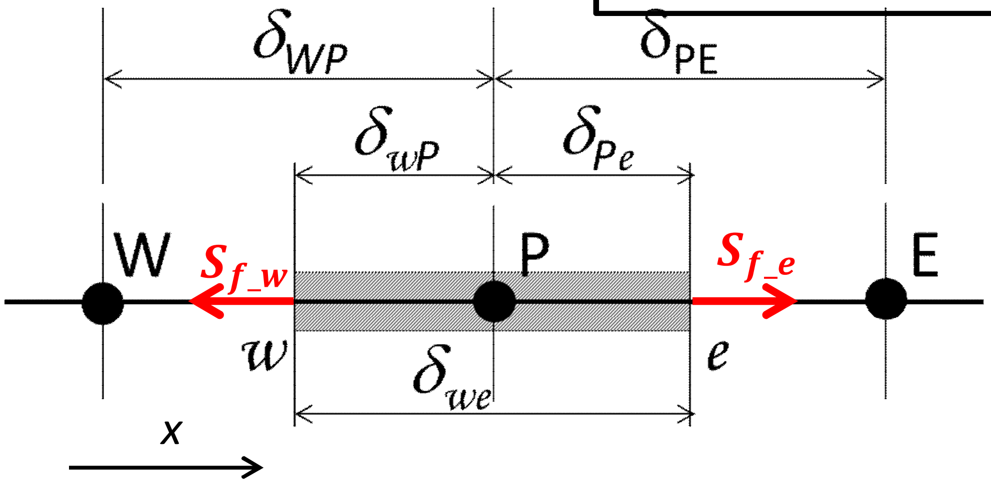
$$\int_S (\Gamma\,\mathrm{grad}T)\cdot \boldsymbol{n}dS = \sum_f \left[(\Gamma\,\mathrm{grad}T)_f \cdot \boldsymbol{S_f}\right] = (\Gamma\,\mathrm{grad}T)_{f\_e}\cdot \boldsymbol{S_{f\_e}} + (\Gamma\,\mathrm{grad}T)_{f\_w}\cdot \boldsymbol{S_{f\_w}}$$

$$= \left(\Gamma\frac{dT}{dx}\right)_{f\_e} S_{f\_e} - \left(\Gamma\frac{dT}{dx}\right)_{f\_w} S_{f\_w} = \Gamma_e\left(\frac{dT}{dx}\right)_{f\_e} S_{f\_e} - \Gamma_w\left(\frac{dT}{dx}\right)_{f\_w} S_{f\_w}$$

$\boldsymbol{S_{f\_w}}$ が逆向きなので，負

スカラー値の積

各面において2つを定める $\left(\frac{dT}{dx}\right)_f, \Gamma_f S_f$



$\boldsymbol{n}$ control volume界面での単位面積ベクトル
大きさ：1，方向：面に垂直

$\sum_f$ control volumeの全ての界面での和

$\boldsymbol{S_f} = S_f\boldsymbol{n}$
control volume界面での面積ベクトル
大きさ：面積S_f，方向：面に垂直

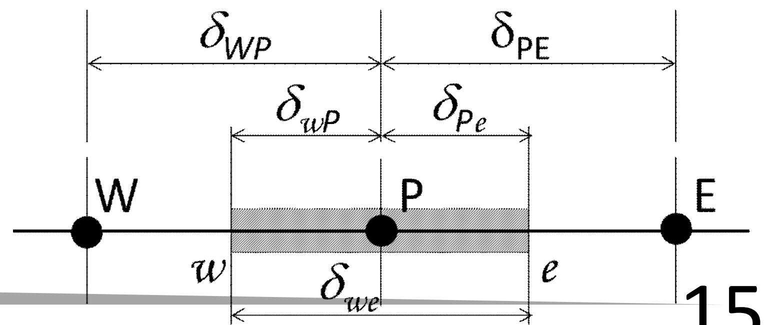
勾配について

検査体積面wにおける勾配$\left(\frac{dT}{dx}\right)_w$を，最も単純に，点P と点W での値を線形近似して求める

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_w = \frac{T_P - T_W}{\delta_{WP}}$$

同様に

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_e = \frac{T_E - T_P}{\delta_{PE}}$$



項の整理

これまでのまとめ

$$\frac{(V_P)^{new}}{\Delta t}T_P - \frac{(T_P V_P)^{old}}{\Delta t} - \Gamma_e S_e \frac{T_E - T_P}{\delta_{PE}} + \Gamma_w S_w \frac{T_P - T_W}{\delta_{WP}} = 0$$

T_P, T_W, T_E, についてまとめる.

$$\left(\frac{(V_P)^{new}}{\Delta t} + \frac{\Gamma_e S_e}{\delta_{PE}} + \frac{\Gamma_w S_w}{\delta_{WP}}\right)T_P = \left(\frac{\Gamma_e S_e}{\delta_{PE}}\right)T_E + \left(\frac{\Gamma_w S_w}{\delta_{WP}}\right)T_W + \frac{(T_P V_P)^{old}}{\Delta t}$$

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + S_u$$

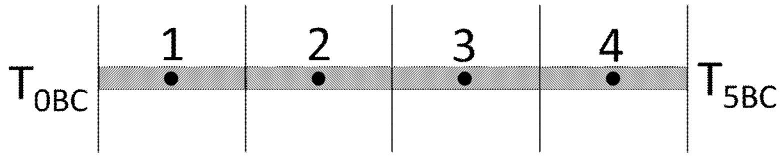
式変形から
生じた生成項

a_P	a_E	a_W	S_u
$a_E + a_W + \frac{(V_P)^{new}}{\Delta t}$	$\frac{\Gamma_e S_e}{\delta_{PE}}$	$\frac{\Gamma_w S_w}{\delta_{WP}}$	$\frac{(T_P V_P)^{old}}{\Delta t}$

式の整理 → 行列

例. 1次元, 4CV

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + S_u$$



境界条件から生じた生成項

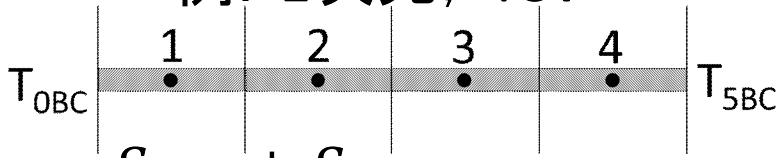
$$\begin{cases} a_{P1} T_1 = a_{E1} T_2 + S_{BC0} + S_{u1} \\ a_{P2} T_2 = a_{E2} T_3 + a_{W2} T_1 + S_{u2} \\ a_{P3} T_3 = a_{E3} T_4 + a_{W3} T_2 + S_{u3} \\ a_{P4} T_4 = a_{W4} T_3 + S_{BC5} + S_{u4} \end{cases}$$

式変形から生じた生成項

境界条件から生じた生成項

式の整理 → 行列

例. 1次元, 4CV



$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + S_u$$

$$\begin{cases} a_{P1}T_1 - a_{E1}T_2 = S_{BC0} + S_{u1} \\ -a_{W2}T_1 + a_{P2}T_2 - a_{E2}T_3 = S_{u2} \\ -a_{W3}T_2 + a_{P3}T_3 - a_{E3}T_4 = S_{u3} \\ -a_{W4}T_3 + a_{P4}T_4 = S_{BC5} + S_{u4} \end{cases}$$

式変形から生じた生成項

$$\begin{bmatrix} a_{p1} & -a_{E1} & 0 & 0 \\ -a_{W2} & a_{P2} & -a_{E2} & 0 \\ 0 & -a_{W3} & a_{P3} & -a_{E3} \\ 0 & 0 & -a_{W4} & a_{P4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{BC0} + S_{u1} \\ S_{u2} \\ S_{u3} \\ S_{BC5} + S_{u4} \end{bmatrix}$$

$$[A][T]=[b]$$

境界条件から生じた生成項

- この行列を解けば、知りたい解 T が得られる。
- OpenFOAMでは、行列を解く方法は、設定ファイル（fvSolution）で指定する。
- この部分については、本講習の範囲外とする。

行列の内訳

a_P	a_E	a_W	S_u
$a_E + a_W + \boxed{\dfrac{(V_P)^{new}}{\Delta t}}$	$\dfrac{\Gamma_e S_e}{\delta_{PE}}$	$\dfrac{\Gamma_w S_w}{\delta_{WP}}$	$\dfrac{(T_P V_P)^{old}}{\Delta t}$

S_p 式変形から生じた生成項

$$\begin{bmatrix} a_{p1} & -a_{E1} & 0 & 0 \\ -a_{W2} & a_{P2} & -a_{E2} & 0 \\ 0 & -a_{W3} & a_{P3} & -a_{E3} \\ 0 & 0 & -a_{W4} & a_{P4} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} S_{P1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{P2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{P3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{P4} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -a_{E1} & a_{E1} & 0 & 0 \\ a_{W2} & -a_{W2} - a_{E2} & a_{E2} & 0 \\ 0 & a_{W3} & -a_{W3} - a_{E3} & a_{E3} \\ 0 & 0 & a_{W4} & -a_{W4} \end{bmatrix}$$

非定常項　拡散項

$$\begin{bmatrix} S_{BC0} + S_{u1} \\ S_{u2} \\ S_{u3} \\ S_{BC5} + S_{u4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{u1\_ddt} \\ S_{u2\_ddt} \\ S_{u3\_ddt} \\ S_{u4\_ddt} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{BC0} \\ 0 \\ 0 \\ S_{BC5} \end{bmatrix}$$

非定常項　拡散項　境界条件

ここまでのまとめ と 次のステップ

- 基礎式を 有限体積法によって離散化し、式を整理することで、解くべき行列を得た。
- 行列の要素として、基礎式の各項からの寄与が含まれることを確認した。

- OpenFOAMでは、ソルバよりも深いレベルで、このような作業が行われている。
- 設定ファイル(fvSchemes)に記述した離散化方法を使用して、行列に格納する値が決められている。

行列の作られる過程を体験し，実感しよう。

手作業：非定常、生成なし

例題:1次元非定常熱伝導

銅丸棒(断面積 $S = 10^{-4}\mathrm{m}^2$, 長さ 0.4 m)

温度拡散率 $\Gamma = {}^{\kappa}/_{\rho\, c_p} = 10^{-4}\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}$

熱伝導率 $\kappa = 360\ \mathrm{W/(m\ K)}$,

比熱$\mathrm{c}_p = 400\ \mathrm{J/(kg\ K)}$, 密度$\rho = 9000\ \mathrm{kg/m^3}$

内部発熱等なし　S_T=0

軸(x)方向の1次元熱伝導，両端温度固定

初期温度＝低温側温度

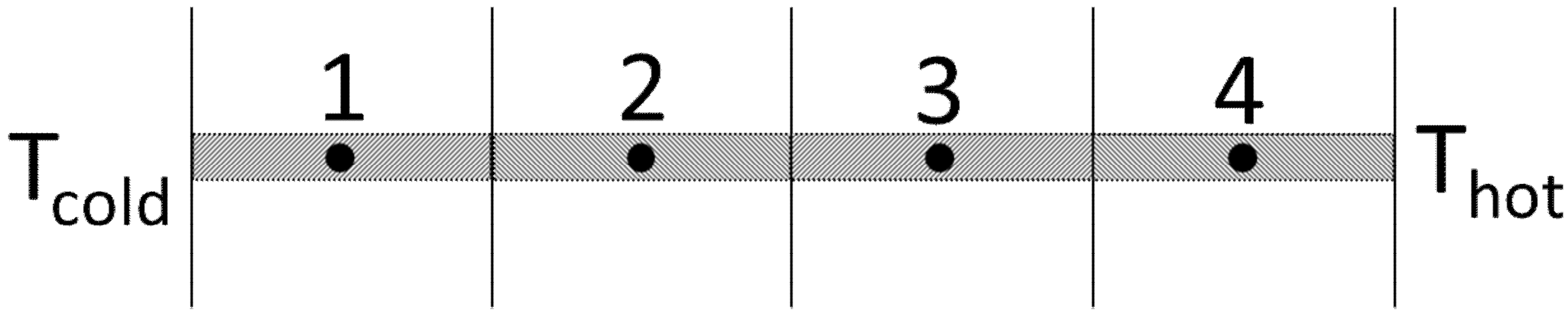
Δt=1000 s 後

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \mathrm{div}(\Gamma\ \mathrm{grad}T) = 0$$

T_{cold}=100K　　　T_{hot}=300K

棒全体を，4つの Control Volume に等分割する．

Control Volume(CV) の中心に，代表点を考える．



CVの長さは全長の4分の1 = 0.1 m.

代表点間の距離も，全長の4分の1 = 0.1 m.

Δt=1000 s 後

作業手順

- 基礎式を離散化した式の係数を，各control volume に対して求める
  - 境界（端）では，特別な処置が必要
- この係数を並べて，control volume 代表点での温度に関する連立方程式を得る
- この連立方程式を，行列式で表現する
- 行列式を解いて，温度分布を求める

内部 control volume CV2

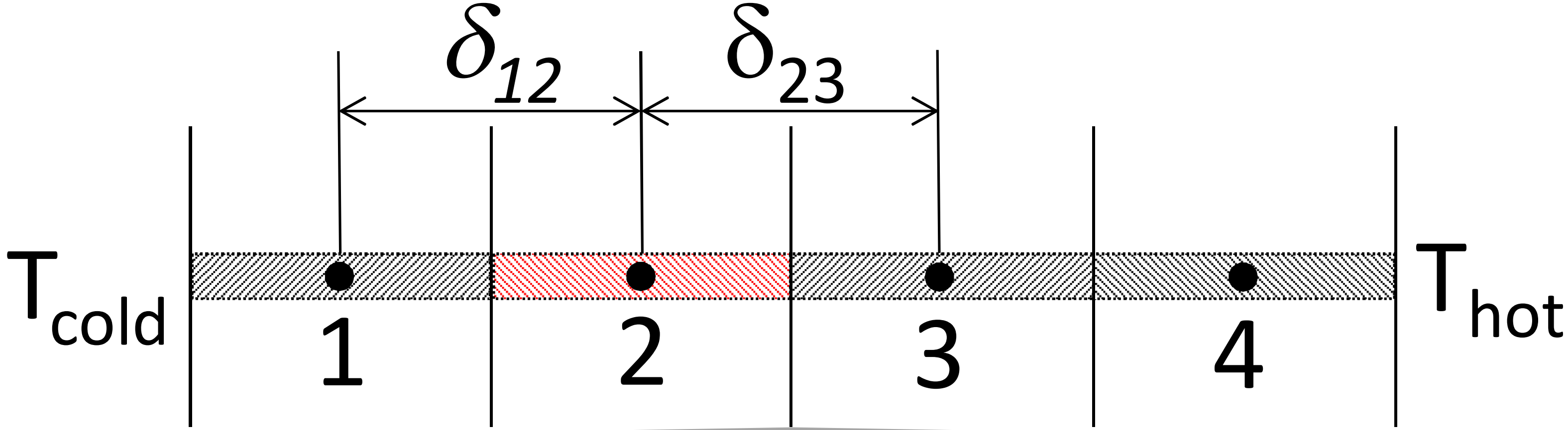
$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + S_u$$

a_P	a_E	a_W	S_u	S_P
$a_E + a_W - S_P$	$\frac{\Gamma_e S_e}{\delta_{PE}} = \frac{\Gamma_{23} S_{23}}{\delta_{23}} = \frac{\Gamma\, S}{\delta_{23}} = \frac{10^{-4}\ 10^{-4}}{0.1} = 10^{-7}$	$\frac{\Gamma_w S_w}{\delta_{WP}} = \frac{\Gamma_{12} S_{12}}{\delta_{12}} = \frac{\Gamma\, S}{\delta_{12}} = \frac{10^{-4}\ 10^{-4}}{0.1} = 10^{-7}$	$\frac{(T_2 V_2)^{old}}{\Delta t} = \frac{(T_2)^{old} 10^{-4} 10^{-1}}{1000} = (T_2)^{old} 10^{-8}$	$-\frac{(V_P)^{new}}{\Delta t} = -\frac{10^{-4} 10^{-1}}{1000} = -10^{-8}$

今回は，断面積S，温度拡散率 Γ も一定である．

CV3 についても同様．

Δt=1000 s とする



境界 control volume CV1

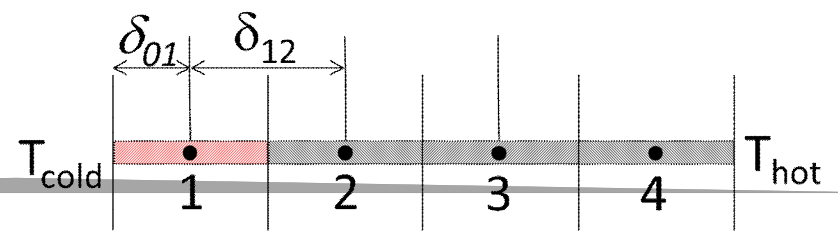
境界面(温度T_{cold})おける勾配 $\left(\frac{dT}{dx}\right)_w$ を，最も単純に，T_P とT_{cold} の値を線形近似して求める $\left(\frac{dT}{dx}\right)_w = \frac{T_P - T_{cold}}{\delta_{01}}$

$$\frac{(V_P)^{new}}{\Delta t}T_P - \frac{(T_P V_P)^{old}}{\Delta t} - \Gamma S\frac{T_E - T_P}{\delta_{PE}} + \Gamma S\frac{T_P - T_{cold}}{\delta_{01}} = 0$$

$$\left(\frac{(V_P)^{new}}{\Delta t} + \frac{\Gamma S}{\delta_{PE}} + 0 + \frac{\Gamma S}{\delta_{01}}\right)T_P = \left(\frac{\Gamma S}{\delta_{PE}}\right)T_E + (0)T_W + \frac{\Gamma S}{\delta_{01}}T_{cold} + \frac{(T_P V_P)^{old}}{\Delta t}$$

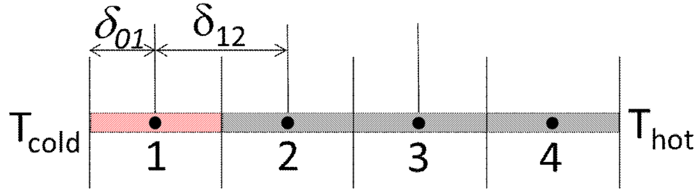
$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + S_u + S_{u\_BC}$$

a_P	a_E	a_W	S_u	S_{u_BC}	S_P	S_{P_BC}
$a_E + a_W - S_P - S_{P\_BC}$	$\frac{\Gamma_e S_e}{\delta_{PE}}$	0	$\frac{(T_P V_P)^{old}}{\Delta t}$	$\frac{\Gamma S}{\delta_{01}}T_{cold}$	$-\frac{(V_P)^{new}}{\Delta t}$	$-\frac{\Gamma S}{\delta_{01}}$



境界 control volume CV1

境界面(温度T$_{cold}$)おける勾配 $\left(\frac{dT}{dx}\right)_w$ を，最も単純に，T$_P$ とT$_{cold}$ の値を線形近似して求める $\left(\frac{dT}{dx}\right)_w = \frac{T_P - T_{cold}}{\delta_{01}}$



$$\frac{(V_P)^{new}}{\Delta t}T_P - \frac{(T_P V_P)^{old}}{\Delta t} - \Gamma S\frac{T_E - T_P}{\delta_{PE}} + \Gamma S\frac{T_P - T_{cold}}{\delta_{01}} = 0$$

$$\left(\frac{(V_P)^{new}}{\Delta t} + \frac{\Gamma S}{\delta_{PE}} + 0 + \frac{\Gamma S}{\delta_{01}}\right)T_P = \left(\frac{\Gamma S}{\delta_{PE}}\right)T_E + (0)T_W + \frac{\Gamma S}{\delta_{01}}T_{cold} + \frac{(T_P V_P)^{old}}{\Delta t}$$

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + S_u + S_{u\_BC}$$

a_P	a_E	a_W	S_u	S_{u_BC}	S_P	S_{P_BC}
$a_E + a_W - S_P - S_{P\_BC}$	$\frac{\Gamma_e S_e}{\delta_{PE}} = \frac{10^{-4}\ 10^{-4}}{0.1} = 10^{-7}$	0	$\frac{(T_P V_P)^{old}}{\Delta t} = \frac{(T_1)^{old}10^{-4}10^{-1}}{1000} = (T_1)^{old}10^{-8}$	$\frac{\Gamma S}{\delta_{01}}T_{cold} = \frac{10^{-4}\ 10^{-4}}{0.05}T_{cold} = 2\times10^{-7}T_{cold}$	$-\frac{(V_P)^{new}}{\Delta t} = -\frac{10^{-4}10^{-1}}{1000} = -10^{-8}$	$-\frac{\Gamma S}{\delta_{01}} = -\frac{10^{-4}\ 10^{-4}}{0.05} = -2\times10^{-7}$

境界 control volume CV4

境界面(温度T_{hot})おける勾配 $\left(\frac{dT}{dx}\right)_e$ を，最も単純に，T_P と T_{hot} の値を線形近似して求める $\left(\frac{dT}{dx}\right)_e = \frac{T_{hot}-T_P}{\delta_{45}}$

$$\frac{(V_P)^{new}}{\Delta t}T_P - \frac{(T_P V_P)^{old}}{\Delta t} - \Gamma S\frac{T_{hot}-T_P}{\delta_{45}} + \Gamma S\frac{T_P - T_w}{\delta_{WP}} = 0$$

$$\left(\frac{(V_P)^{new}}{\Delta t} + 0 + \frac{\Gamma S}{\delta_{WP}} + \frac{\Gamma S}{\delta_{45}}\right)T_P = (0)T_E + \left(\frac{\Gamma S}{\delta_{WP}}\right)T_W + \frac{\Gamma S}{\delta_{45}}T_{hot} + \frac{(T_P V_P)^{old}}{\Delta t}$$

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + S_u + S_{u\_BC}$$

a_P	a_E	a_W	S_u	S_{u_BC}	S_P	S_{P_BC}
$a_E + a_W - S_P - S_{P\_BC}$	0	$\frac{\Gamma_w S_w}{\delta_{34}} = \frac{10^{-4}\,10^{-4}}{0.1} = 10^{-7}$	$\frac{(T_P V_P)^{old}}{\Delta t} = \frac{(T_4)^{old}10^{-4}10^{-1}}{1000} = (T_4)^{old}10^{-8}$	$\frac{\Gamma S}{\delta_{45}}T_{hot} = \frac{10^{-4}\,10^{-4}}{0.05}T_{hot} = 2\times10^{-7}T_{hot}$	$-\frac{(V_P)^{new}}{\Delta t} = -\frac{10^{-4}10^{-1}}{1000} = -10^{-8}$	$-\frac{\Gamma S}{\delta_{45}} = -\frac{10^{-4}\,10^{-4}}{0.05} = -2\times10^{-7}$

これまでのまとめ(記入用)

CV	$a_P = a_E + a_W - S_P - S_{P\_BC}$	$a_E = \frac{\Gamma_e S_e}{\delta_{PE}}$	$a_W = \frac{\Gamma_w S_w}{\delta_{WP}}$	S_u	S_{u_BC}	S_P	S_{P_BC}
1							
2							
3							
4							

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + S_u + S_{u\_BC}$$

式 ....

....

....

....

これまでのまとめ

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + S_u + S_{u\_BC}$$

CV	$a_P = a_E + a_W - S_P - S_{P\_BC}$	$a_E = \frac{\Gamma_e S_e}{\delta_{PE}}$	$a_W = \frac{\Gamma_w S_w}{\delta_{WP}}$	S_u	S_{u_BC}	S_P	S_{P_BC}
1	3.1×10^{-7}	10^{-7}	0	$(T_1)^{old} 10^{-8}$	$2 \times 10^{-7} T_{cold} = 2 \times 10^{-5}$	-10^{-8}	-2×10^{-7}
2	2.1×10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	$(T_2)^{old} 10^{-8}$	0	-10^{-8}	0
3	2.1×10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	$(T_3)^{old} 10^{-8}$	0	-10^{-8}	0
4	3.1×10^{-7}	0	10^{-7}	$(T_4)^{old} 10^{-8}$	$2 \times 10^{-7} T_{hot} = 6 \times 10^{-5}$	-10^{-8}	-2×10^{-7}

$$3.1 \times 10^{-7}\, T_1 = 10^{-7}\, T_2 + 2 \times 10^{-7}\, T_{cold} + (T_1)^{old} 10^{-8}$$

$$2.1 \times 10^{-7}\, T_2 = 10^{-7}\, T_1 + 10^{-7}\, T_3 + (T_{21})^{old} 10^{-8}$$

$$2.1 \times 10^{-7}\, T_3 = 10^{-7}\, T_2 + 10^{-7}\, T_4 + (T_3)^{old} 10^{-8}$$

$$3.1 \times 10^{-7}\, T_4 = 10^{-7}\, T_3 + 2 \times 10^{-7}\, T_{hot} + (T_4)^{old} 10^{-8}$$

行列（記入用）

$$\begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$

式の整理 → 行列式

初期条件 OLD

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \\ 100 \\ 100 \end{bmatrix}$$

$$3.1T_1 = T_2 + 2\,T_{cold} + 0.1(T_1)^{old}$$
$$2.1T_2 = T_1 + T_3 + 0.1(T_2)^{old}$$
$$2.1T_3 = T_2 + T_4 + 0.1(T_3)^{old}$$
$$3.1\,T_4 = T_3 + 2T_{hot} + 0.1(T_4)^{old}$$

$$[A][x]=[b]$$

$$\begin{bmatrix} 3.1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2.1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2.1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 3.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 200+10 \\ 10 \\ 10 \\ 600+10 \end{bmatrix}$$

行列式を解く

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 119 \\ 160 \\ 206 \\ 263 \end{bmatrix}$$

Δt=1000 s 後

定常解

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 125 \\ 175 \\ 225 \\ 275 \end{bmatrix}$$

Maxima で解く場合

http://maxima.sourceforge.net/

```
/*  equations  */
eq1: [3.1*t1-t2=210, -t1+2.1*t2-t3=10, -t2+2.1*t3-t4=10, -t3+3.1*t4=610];

/*  temperature  */
T : [t1,t2,t3,t4];

/* 係数行列の表示 */
Ab: augcoefmatrix(eq1, T);

/* 対角成分を1にしてみる */
echelon(Ab);

/* solve */
solve(eq1, T);

/* 解いた結果を小数点で表示する */
float( solve(eq1, T)),numer;
```

まとめ

行列

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + S_u + S_{u\_BC}$$

$$[A][T]=[b]$$

$$\begin{bmatrix} a_{p1} & -a_{E1} & 0 & 0 \\ -a_{W2} & a_{P2} & -a_{E2} & 0 \\ 0 & -a_{W3} & a_{P3} & -a_{E3} \\ 0 & 0 & -a_{W4} & a_{P4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{u1} + S_{u1\_BC} \\ S_{u2} + S_{u2\_BC} \\ S_{u3} + S_{u3\_BC} \\ S_{u4} + S_{u4\_BC} \end{bmatrix}$$

- 偏微分方程式の各項から，これら行列に入る係数が出てくる。
- 項毎に行列を作り，まとめることで，最終的に解きたい行列式を作成する。